EJERCICIO ESPACIO VECTORIAL

SEA $V = \mathbb{R} X \mathbb{R}$, EN V SE DEFINE LA SIGUIENTE OPERACION:

$(x_{1,} x_2) + (y_1, y_2) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2)$

$\alpha.(x, y) = (\alpha x, y)$ con $\alpha \ \epsilon \mathbb{R}$

ESV CON ESTA OPERACION UN ESPACIO VECTORIAL REAL?

PARA RESUMIR LOS PASOS DECIMOS QUE

$u = (x_1, y_1)$ , $v = (x_2, y_2)$ , $y$ $w = (x_3, y_3) \epsilon V$, ENTONCES,

Empezamos a verificar cada una de las propiedades

1. $\Leftrightarrow (u + v) + w = ((x_1, y1) + (x_2, y_2)) + (x_3, y_3)$

por la propiedad de la suma deducimos

$\Leftrightarrow (u + v) + w = (x_1 + x_2, y_1 + y_2) + (x_3, y_3)$

por la propiedad de la suma se agrupan las x

$\Leftrightarrow (u + v) + w = (x_1 + x_2 + x_3, y_1 + y_2 + y_3)$

por propiedad decimos

$\Leftrightarrow (u + v) + w = (x_1 + (x_2 + x_3), y_1 + (y_2 + y_3))$

$\Leftrightarrow (u + v) + w = (x_1, y_1) + (x_2 + x_3, y_2 + y_3)$

entonces concluimos que

$\Leftrightarrow (u + v) + w = u + (v + w)$

se cumple

2.ahora decimos que existe $0 = (0, 0) \epsilon V$ tAl que

$o + u = (0, 0) + (x_1, y_1)$

por propiedad decimos,

$0 + u = (0 + x_1, o + y_1)$

$0 + u = (x_1 + 0, y_1 + 0)$

ahora decimos por la misma propiedad inicial que

$0 + u = (x_1 + y_1) + (0, 0)$

y concluimos que

$0 + u = u + 0$

se cumple

3. ahora decimos que dado$u \epsilon v$, existe un $-u \epsilon v$ tal que.

$u + (-u) = (x_1, y_1) + (-x_1, -y_1) = (x_1 - x_1, y_1 - y_1) = (0, 0)$

se cumple

4. sea $u, v \epsilon \mathbb{R}$ entonces por la propiedad decimos

$u + v = (x_{1,} y_1) + (x_2, y_2)$

$u + v = (x_{1,} y_1 + x_2, y_2)$

$u + v = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$

ordenando valores

$u + v = (x_2 + x_1, y_2 + y_1)$

por la propiedad original

$u + v = (x_2, y_2), (x_1, y_1)$

$u + v = v + u$

5.sean $a, b \epsilon \mathbb{R}$ tal que

$(a + b).u = (a + b).(x_1, y_1)$

$(a + b).u = ((a + b).x_1, y_1)$

y ahora decimos que

$a.u + b.u = a(x_1, y_1) + b(x_1, y_1)$

por la propiedad de la multiplicacion

$a.u + b.u = (\mathrm{ax}_1, y_1) + (\mathrm{bx}_1, y_1)$

destruimos parentesis y sumamos terminos semejantes

$a.u + b.u = (\mathrm{ax}_1 + \mathrm{bx}_1, 2y_1)$

$a.u + b.u = ((a + b)x_1, 2y_1)$

no se cumple porque $(a + b).u \neq a.u + b.u \nabla a, b \epsilon \mathbb{R}, \nabla u \epsilon V$

por lo tanto se dice que , V no es un espacio vectorial